Модельная концепция квантовой механики

Ю.А.Рылов
Институт проблем механики РАН
Web site: http:// gasdyn-ipm.ipmnet.ru/~rylov/yrylov.htm

Зачем нужна модельная концепция?

- Некоторые новые явления в физике изучаются в два приема. Сначала создается более простая аксиоматическая концепция (АК), а затем создается более полная модельная концепция. Например, при изучении тепловых явлений сначала была создана аксиоматическая термодинамика, где основным объектом был теплород, о природе которого нельзя было ничего сказать. Это был аксиоматический объект, свойства которого описывались принципами термодинамики.
- Затем было выяснено, что теплород это просто хаотическое движение молекул. Тогда возникла статистическая теория тепла. Это была модельная концепция, поскольку в ней теплород уже не был аксиоматическим объектом, и его свойства определялись свойствами газа (моделью газа).

- Современная квантовая механика является аксиоматический концепцией, поскольку в ней фигурирует такой аксиоматический объект как волновая функция. Возможна однако модельная концепция (МК) квантовой механики. Оказывается, что волновая функция является атрибутом газовой динамики, и квантовая механика может быть представлена как газовая динамика, в которой частицы газа взаимодействуют через некоторое силовое поле (каппа-поле), меняющее массу частицы.

$$m^2 \to M^2(x) = m^2 + \frac{\hbar^2}{c^2}\left(g_{kl}\kappa^k\kappa^l + \partial_l\kappa^l\right), \quad \partial_l \equiv \frac{\partial}{\partial x^l}$$

- Получающаяся модельная концепция позволяет объяснить структуру элементарных частиц. Дело в том, что современная квантовая теория рассматривает элементарные частицы как точечные бесструктурные объекты, которые классифицируются с помощью стандартной модели элементарных частиц. Ситуация напоминает положение с изучением атомов в 19 веке, когда атомы рассматривались как бесструктурные объекты и классифицировались с помощью периодической системы химических элементов. Аксиоматическая квантовая механика позволила получить структуру химических элементов, но для получения структуры элементарных частиц ее оказалось не достаточно. Модельная концепция является классической механикой и классическое каппа-поле оказывается ответственным за квантовые эффекты, тогда как в аксиоматической концепции за них ответственны квантовые принципы.

Ошибки в основании физики, порождающие проблемы в современной физике

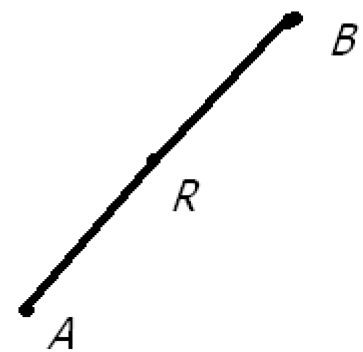
- Квантовые частицы являются релятивистскими, если даже они описываются нерелятивистским уравнением (уравнение Шредингера). Дело в том, что случайная составляющая может быть релятивистской и является таковой. При описании релятивистских частиц следует использовать релятивистское описание состояния частицы, которое описывается ее мировой линией (а не точкой в трехмерном пространстве. В этом случае плотность частиц описывается вектором.

$$dN = j^k dS_k$$

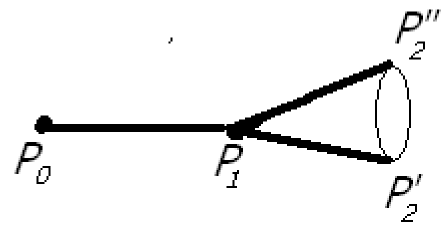
- Нерелятивистское определение плотности частиц $dn = \rho dV$ можно тоже использовать для описания детерминированных нерелятивистских частиц, но этого нельзя делать при описания релятивистских частиц. Это означает, что вероятностное описание нельзя применять для описания релятивистских частиц, поскольку вероятность может быть построена из скаляра ρ, но не из вектора : j^k

Физическая геометрия

- Физическая геометрия описывается метрикой $|\rho(P_1, P_2)|$ и только метрикой или мировои функцией $\sigma(P, Q) = \frac{1}{2}\rho^2(P, Q)$.
- При этом отрезок прямой может быть не одномерной линией, а трехмерной поверхностью (трубкой). Это приводит к вихлянию мировой линии свободной частицы и является причиной квантовых эффектов. Квантовая механика может быть представлена как классическая механика стохастических релятивистских частиц.



$$T_{[AB]} = \{R | \rho(A, R) + \rho(B, R) = \rho(A, B)\}$$



$$|\rho(P_0, P_1)| = |\rho(P_1, P_2)|$$

$$(\mathbf{P_0 P_1} . \mathbf{P_1 P_2}) = \rho^2(P_0, P_1)$$

$$m^2 \rightarrow M^2(x) = m^2 + \frac{\hbar^2}{c^2}\left(g_{kl}\kappa^k\kappa^l + \partial_l\kappa^l\right), \quad \partial_l \equiv \frac{\partial}{\partial x^l}$$

$$\mathcal{A}[x, \kappa] = \int_{\xi_0}\int_{V_\xi}\left(-mcK\sqrt{g_{lk}\dot{x}^l\dot{x}^k} - \frac{e}{c}A_l\dot{x}^l\right)d^4\xi, \quad \dot{x}^i \equiv \frac{\partial x^i}{\partial \xi_0}$$

$$K = \frac{M}{m} = \sqrt{1 + \lambda^2\left(\kappa_l\kappa^l + \partial_l\kappa^l\right)}, \quad \lambda = \frac{\hbar}{mc}, \quad \partial_l \equiv \frac{\partial}{\partial x^l}$$

$$\left(-i\hbar\partial_k + \frac{e}{c}A_k\right)\left(-i\hbar\partial^k + \frac{e}{c}A^k\right)\psi - m^2c^2\psi = 0$$

- Известно, что уравнение Шредингера может быть записано в виде двух вещественных уравнений, которые могут рассматриваться как динамические уравнения для описания потенциального течения некоторой сплошной среды (Madelung 1928). Тогда КМ можно рассматривать как газовую динамику, имея в виду, что волновая функция представляет собой способ описания произвольной идеальной (недиссипативной) сплошной среды (Rylov, 1999).
- В 20 веке связь между уравнением Шредингера и уравнениями газовой динамики была односторонней в том смысле, что из уравнения Шредингера можно было получить уравнения газовой динамики, а получить уравнение Шредингера из уравнений газовой динамики не умели. Это было связано с рядом проблем, которые не могли преодолеть в течение всего двадцатого века.

Газовая динамика как способ описания среднего движения стохастической частицы

- Классическая газовая динамика может рассматриваться как метод описания стохастических частиц. В самом деле, молекула газа движется стохастично из-за взаимодействия с другими молекулами. Это взаимодействие проявляется в столкновениях молекул.

  Если столкновения отсутствуют, то молекулы газа движутся детерминировано. Характер стохастичности зависит от вида взаимодействия молекул. Оказывается, что можно ввести такое взаимодействие между молекулами, что потенциальное течение газа с таким взаимодействием между молекулами будет описываться уравнением Клейна-Гордона.

- Это взаимодействие изменяет массу *m* молекулы, превращая ее в эффективную массу *M* с помощью соотношения

$$m^2 \to M^2(x) = m^2 + \frac{\hbar^2}{c^2}\left(g_{kl}\kappa^k\kappa^l + \partial_l\kappa^l\right), \quad \partial_l \equiv \frac{\partial}{\partial x^l}$$

где κ^l, $l = 0, 1, 2, 3$ есть некоторое силовое поле, и $\hbar$ есть квантовая постоянная. Динамические уравнения дляκ-поля получаются из соответствующего вариационного принципа. Из этих уравнений следует, что κ-поле имеет потенциал κ

$$\kappa_l = g_{lk}\kappa^k = \partial_l\kappa, \quad l = 0, 1, 2, 3 \tag{1.2}$$

- В обычном газе взаимодействие молекул является реальным в следующем смысле. Движение отдельной молекулы (вне газа) становится детерминированным. Если газовая динамика используется как метод описания движения стохастических (квантовых) частиц, то взаимодействие частиц становится фиктивным в том смысле, что движение отдельной частицы остается стохастическим.

Описание динамики стохастических релятивистских частиц с помощью газовой динамики

- Простейшим примером является описание среднего движения стохастической молекулы обычного газа. Точных динамических уравнений для отдельной молекулы не существует, но описать среднее движение можно с помощью **классической** газовой динамики.

$$\mathcal{A}[x,\kappa]=\int_{\xi_0}\int_{V_\xi}\left(-mcK\sqrt{g_{lk}\dot{x}^l\dot{x}^k}-\frac{e}{c}A_l\dot{x}^l\right)d^4\xi,\quad \dot{x}^i=\frac{\partial x^i}{\partial\xi_0}$$

$$K=\frac{M}{m}=\sqrt{1+\lambda^2\left(\kappa_l\kappa^l+\partial_l\kappa^l\right)},\quad \lambda=\frac{\hbar}{mc},\quad \partial_l\equiv\frac{\partial}{\partial x^l}$$

- Для отдельной частицы

$$\mathcal{A}[x,\kappa] = \int \left(-mcK\sqrt{g_{lk}\dot{x}^l\dot{x}^k} - \frac{e}{c}A_l\dot{x}^l\right) d\xi_0, \quad \dot{x}^i = \frac{\partial x^i}{\partial \xi_0}$$

- Динамические уравнения можно получить, если К=1,
- Но их нельзя получить если К зависит от каппа-поля

$$K = \frac{M}{m} = \sqrt{1 + \lambda^2 \left(\kappa_l\kappa^l + \partial_l\kappa^l\right)},$$

- Таким образом, классическая газовая динамика дает возможность описывать среднее движение стохастической частицы. При этом вид поля, описывающего взаимодействие частиц в сплошной среде маркирует характер стохастичности. Он различен для разных полей. В частности, квантовая стохастичность может быть описана классической динамикой.

Волновая функция и потенциалы Клебша

- 7 газодинамических уравнений

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla(\rho\mathbf{v})=0,\quad \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t}+(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}=-\frac{\nabla p(\rho)}{\rho}$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial t}+(\mathbf{v}\nabla)\xi=0 \qquad \frac{d\mathbf{x}(t,\xi)}{dt}=\mathbf{v}(t,\xi)$$

- В результате интегрирования возникают потенциалы Клебша (1853г) (остается 4 дифференциальных уравнения)

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla(\rho\mathbf{v})=0,\quad \mathrm{p}=b_0\left(\nabla\varphi+g^{\alpha}(\xi)\nabla\xi_{\alpha}\right)$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial t}+(\mathbf{v}\nabla)\xi=0 \qquad p_{\alpha}=\frac{mv^{\alpha}}{\sqrt{1-c^{-2}\mathbf{v}^{2}}};$$

- Волновая функция строится из потенциалов Клебша

$$\psi_\alpha = \sqrt{\rho} e^{i\varphi} w_\alpha(\xi), \qquad \psi_\alpha^* = \sqrt{\rho} e^{-i\varphi} w_\alpha^*(\xi), \qquad \alpha = 1, 2, \ldots, n,$$

$$\psi^* \psi \equiv \sum_{\alpha=1}^{n} \psi_\alpha^* \psi_\alpha,$$

$$-\frac{i}{2} \sum_{\alpha=1}^{n} \left(w_\alpha^* \frac{\partial w_\alpha}{\partial \xi_\beta} - \frac{\partial w_\alpha^*}{\partial \xi_\beta} w_\alpha\right) = g^\beta(\xi), \qquad \beta = 1, 2, 3, \qquad \sum_{\alpha=1}^{n} w_\alpha^* w_\alpha = 1.$$

- Динамические уравнения в терминах волновой функции довольно громоздки. Единственное исключение, когда

$$E = \frac{1}{2} \rho \mathrm{v}_{\mathrm{dif}}^2, \quad \mathrm{v}_{\mathrm{dif}} = -\frac{\hbar}{2m} \boldsymbol{\nabla} \log \rho, \quad E = \frac{\hbar^2}{8m^2} \frac{(\boldsymbol{\nabla} \rho)^2}{\rho}$$

- Тогда в нерелятивистском случае для потенциального течения получается ур-ние Шредингера

Газ, молекулы которого взаимодействуют через κ-поле (1.1), описывается действием

$$\mathcal{E}\left[S_{\mathrm{st}}\right]: \quad \mathcal{A}[x,\kappa]=\int_{\xi_0}\int_{V_\xi}\left(-mcK\sqrt{g_{lk}\dot{x}^l\dot{x}^k}-\frac{e}{c}A_l\dot{x}^l\right)d^4\xi, \quad \dot{x}^i=\frac{\partial x^i}{\partial\xi_0} \tag{1.3}$$

$$K=\frac{M}{m}=\sqrt{1+\lambda^2\left(\kappa_l\kappa^l+\partial_l\kappa^l\right)}, \quad \lambda=\frac{\hbar}{mc}, \quad \partial_l\equiv\frac{\partial}{\partial x^l} \tag{1.4}$$

где $\xi=\{\xi_0,\boldsymbol{\xi}\}$. Переменные $\boldsymbol{\xi}=\{\xi_1,\xi_2,\xi_2\}$ маркируют мировые линии молекул, тогда как ξ_0 есть параметр вдоль мировой линии. Движение молекул газа стохастично. В самом деле, действие для отдельной молекулы записывается в виде

$$S_{\mathrm{st}}: \quad \mathcal{A}[x,\kappa]=\int_{\xi_0}\left(-mcK\sqrt{g_{lk}\dot{x}^l\dot{x}^k}-\frac{e}{c}A_l\dot{x}^l\right)d\xi_0 \quad \dot{x}^i=\frac{\partial x^i}{\partial\xi_0}, \tag{1.5}$$

$$J=\frac{\partial\left(\xi_0,\xi_1,\xi_2,\xi_3\right)}{\partial\left(x^0,x^1,x^2,x^3\right)}=\det\left|\left|\xi_{i,k}\right|\right|,\qquad \xi_{i,k}\equiv\partial_k\xi_i\equiv\frac{\partial\xi_i}{\partial x^k},\qquad i,k=0,1,2,3 \qquad (3$$

рассматривается как многолинейная функция от $\xi_{i,k}$. Тогда

$$d^4\xi=Jd^4x,\qquad \dot{x}^i\equiv\frac{dx^i}{d\xi_0}\equiv\frac{\partial\left(x^i,\xi_1,\xi_2,\xi_3\right)}{\partial\left(\xi_0,\xi_1,\xi_2,\xi_3\right)}=J^{-1}\frac{\partial J}{\partial\xi_{0,i}} \qquad (3$$

После преобразования к зависимым переменным ξ действие (1.3) принимает вид

$$\mathcal{A}\left[\xi,\kappa\right]=\int\left\{-mcK\sqrt{g_{ik}\frac{\partial J}{\partial\xi_{0,i}}\frac{\partial J}{\partial\xi_{0,k}}}-\frac{e}{c}A_k\frac{\partial J}{\partial\xi_{0,k}}\right\}d^4x \qquad (3$$

$$K=\sqrt{1+\lambda^2\left(\kappa_l\kappa^l+\partial_l\kappa^l\right)},\qquad \lambda=\frac{\hbar}{mc}, \qquad (3$$

Введем новые переменные

$$j^k = \frac{\partial J}{\partial \xi_{0,k}}, \qquad k = 0, 1, 2, 3$$

с помощью множителей Лагранжа p_k

$$\mathcal{A}[\xi, \kappa, j, p] = \int \left\{ -mcK\sqrt{g_{ik} j^i j^k} - \frac{e}{c} A_k j^k + p_k \left(\frac{\partial J}{\partial \xi_{0,k}} - j^k \right) \right\} d^4x,$$

Вариация по ξ_i дает

$$\frac{\delta \mathcal{A}}{\delta \xi_i} = -\partial_l \left(p_k \frac{\partial^2 J}{\partial \xi_{0,k} \partial \xi_{i,l}} \right) = 0, \qquad i = 0, 1, 2, 3$$

Используя тождества

$$\frac{\partial^2 J}{\partial\xi_{0,k}\partial\xi_{i,l}} \equiv J^{-1}\left(\frac{\partial J}{\partial\xi_{0,k}}\frac{\partial J}{\partial\xi_{i,l}} - \frac{\partial J}{\partial\xi_{0,l}}\frac{\partial J}{\partial\xi_{i,k}}\right) \tag{3.8}$$

$$\frac{\partial J}{\partial\xi_{i,l}}\xi_{k,l} \equiv J\delta_k^i, \quad \partial_l\frac{\partial J}{\partial\xi_{i,l}} \equiv 0 \qquad \partial_l\frac{\partial^2 J}{\partial\xi_{0,k}\partial\xi_{i,l}} \equiv 0 \tag{3.9}$$

можно проверить прямой подстановкой, что общее решение линейных уравнений (3.7) имеет вид

$$p_k = b_0\left(\partial_k\varphi + g^\alpha\left(\boldsymbol{\xi}\right)\partial_k\xi_\alpha\right), \qquad k = 0,1,2,3 \tag{3.10}$$

где $b_0 \neq 0$ есть постоянная, $g^\alpha\left(\boldsymbol{\xi}\right),\ \ \alpha = 1,2,3$ являются произвольными функциями переменных $\boldsymbol{\xi} = \{\xi_1,\xi_2,\xi_3\}$, и φ есть динамическая переменная ξ_0, которая перестала быть фиктивной. Подставим (3.10) в (3.6). Член вида $\partial J/\partial\xi_{0,k}\partial_k\varphi$ приводится к якобиану и не дает вклада в динамические уравнения. Члены вида $\xi_{\alpha,k}\partial J/\partial\xi_{0,k}$ обращаются в нуль в силу тождеств (3.9). Получаем

$$\mathcal{A}\left[\varphi,\boldsymbol{\xi},\kappa,j\right] = \int\left\{-mcK\sqrt{g_{ik}j^ij^k} - j^k\pi_k\right\}d^4x,$$

$$\pi_k = b_0\left(\partial_k\varphi + g^\alpha\left(\boldsymbol{\xi}\right)\partial_k\xi_\alpha\right) + \frac{e}{c}A_k, \qquad k = 0,1,2,3$$

- Вариация по κ дает

$$\frac{\delta\mathcal{A}}{\delta\kappa^l} = -\frac{\lambda^2 mc\sqrt{g_{ik}j^i j^k}}{K}\kappa_l + \partial_l\frac{\lambda^2 mc\sqrt{g_{ik}j^i j^k}}{2K} = 0, \quad \lambda = \frac{\hbar}{mc}$$

или

$$\kappa_l = \partial_l\kappa = \frac{1}{2}\partial_l\ln\rho, \qquad e^{2\kappa} = \frac{\rho}{\rho_0} \equiv \frac{\sqrt{j_s j^s}}{\rho_0 K}, \quad \rho = \frac{\sqrt{j_s j^s}}{K}$$

$$\hbar^2\left(\partial_l\kappa\cdot\partial^l\kappa + \partial_l\partial^l\kappa\right) = m^2c^2\frac{e^{-4\kappa}j_s j^s}{\rho_0^2} - m^2c^2$$

Вариация действия (3.11) по j^k дает

$$\pi_k = -\frac{mcKj_k}{\sqrt{g_{ls}j^l j^s}} \qquad \pi_k g^{kl} \pi_l = m^2c^2K^2$$

Исключение j^k из действия дает

$$\mathcal{A}[\varphi, \xi, \kappa] = \int \rho_0 e^{2\kappa} \left\{-m^2c^2K^2 + \pi^k\pi_k\right\} d^4x,$$

$$\begin{aligned} -m^2c^2e^{2\kappa}K^2 &= -m^2c^2e^{2\kappa}\left(1 + \lambda^2\left(\partial_l\kappa\partial^l\kappa + \partial_l\partial^l\kappa\right)\right) \\ &= -m^2c^2e^{2\kappa} + \hbar^2 e^{2\kappa}\partial_l\kappa\partial^l\kappa - \frac{\hbar^2}{2}\partial_l\partial^l e^{2\kappa} \end{aligned}$$

- Получаем действие в виде

$$\mathcal{A}[\varphi, \boldsymbol{\xi}, \kappa] = \int \rho_0 e^{2\kappa} \left\{-m^2c^2 + \hbar^2 \partial_l \kappa \partial^l \kappa + \pi^k \pi_k\right\} d^4x,$$

$$\pi_k = \hbar \left(\partial_k \varphi + g^\alpha (\boldsymbol{\xi}) \partial_k \xi_\alpha\right) + \frac{e}{c} A_k, \qquad k = 0, 1, 2, 3$$

Вместо динамических переменных $\varphi, \boldsymbol{\xi}, \kappa$ введем двухкомпонентную комплексную функцию (2.8), (2.9)

$$\psi = \{\psi_\alpha\} = \left\{\sqrt{\rho} e^{i\varphi} w_\alpha (\boldsymbol{\xi})\right\} = \left\{\sqrt{\rho_0} e^{\kappa + i\varphi} w_\alpha (\boldsymbol{\xi})\right\}, \qquad \alpha = 1, 2 \qquad (3.22)$$

Здесь w_α суть функции только $\boldsymbol{\xi} = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$, имеющие следующие свойства

$$\sum_{\alpha=1}^{\alpha=2} w_\alpha^* w_\alpha = 1, \qquad -\frac{i}{2} \sum_{\alpha=1}^{\alpha=2} \left(w_\alpha^* \frac{\partial w_\alpha}{\partial \xi_\beta} - \frac{\partial w_\alpha^*}{\partial \xi_\beta} w_\alpha\right) = g^\beta (\boldsymbol{\xi}) \qquad (3.23)$$

$$\psi^*\psi \equiv \sum_{\alpha=1}^{\alpha=2} \psi^*_\alpha \psi_\alpha = \rho = \rho_0 e^{2\kappa}, \qquad \partial_l \kappa = \frac{\partial_l (\psi^*\psi)}{2\psi^*\psi}$$

$$\pi_k = -\frac{i\hbar \left(\psi^* \partial_k \psi - \partial_k \psi^* \cdot \psi\right)}{2\psi^*\psi} + \frac{e}{c} A_k, \qquad k = 0,1,2,3$$

$$\mathcal{A}[\psi,\psi^*] = \int \left\{ \left[\frac{i\hbar \left(\psi^* \partial_k \psi - \partial_k \psi^* \cdot \psi\right)}{2\psi^*\psi} - \frac{e}{c} A_k\right] \left[\frac{i\hbar \left(\psi^* \partial^k \psi - \partial^k \psi^* \cdot \psi\right)}{2\psi^*\psi} - \frac{e}{c} A^k\right] \right.$$
$$\left. + \hbar^2 \frac{\partial_l (\psi^*\psi)\, \partial^l (\psi^*\psi)}{4 (\psi^*\psi)^2} - m^2 c^2 \right\} \psi^*\psi d^4 x \qquad (3.$$

$$\frac{\left(\psi^*\partial_l\psi - \partial_l\psi^* \cdot \psi\right)\left(\psi^*\partial^l\psi - \partial^l\psi^* \cdot \psi\right)}{4\psi^*\psi} + \partial_l\psi^*\partial^l\psi$$

$$\equiv \quad \frac{\partial_l\left(\psi^*\psi\right)\partial^l\left(\psi^*\psi\right)}{4\psi^*\psi} + \frac{g^{ls}}{2}\psi^*\psi\sum_{\alpha,\beta=1}^{\alpha,\beta=2} Q^*_{\alpha\beta,l}Q_{\alpha\beta,s}$$

$$Q_{\alpha\beta,l} = \frac{1}{\psi^*\psi}\left|\begin{array}{cc} \psi_\alpha & \psi_\beta \\ \partial_l\psi_\alpha & \partial_l\psi_\beta \end{array}\right|, \qquad Q^*_{\alpha\beta,l} = \frac{1}{\psi^*\psi}\left|\begin{array}{cc} \psi^*_\alpha & \psi^*_\beta \\ \partial_l\psi^*_\alpha & \partial_l\psi^*_\beta \end{array}\right|$$

$$\begin{aligned}\mathcal{A}\left[\psi,\psi^*\right] \;=\; & \int\left\{\left(i\hbar\partial_k + \frac{e}{c}A_k\right)\psi^*\left(-i\hbar\partial^k + \frac{e}{c}A^k\right)\psi - m^2c^2\psi^*\psi\right. \\ & \left.+\frac{\hbar^2}{2}\sum_{\alpha,\beta=1}^{\alpha,\beta=n} g^{ls}Q_{\alpha\beta,l}Q^*_{\alpha\beta,s}\psi^*\psi\right\}d^4x\end{aligned}$$

- Случай потенциального течения

Рассмотрим случай потенциального течения, когда $g^{\alpha}(\xi) = 0$. В этом случае $w_1 = 1$, $w_2 = 0$, и функция ψ имеет только одну составляющую. Из (3.28)следует, что $Q_{\alpha\beta,l} = 0$. Тогда получаем вместо (3.29)

$$\mathcal{A}[\psi, \psi^*] = \int \left\{ \left(i\hbar\partial_k + \frac{e}{c}A_k \right) \psi^* \left(-i\hbar\partial^k + \frac{e}{c}A^k \right) \psi - m^2c^2\psi^*\psi \right\} d^4x \qquad (3.30)$$

Вариация действия (3.30) по ψ^* порождает уравнение Клейна-Гордона

$$\left(-i\hbar\partial_k + \frac{e}{c}A_k \right) \left(-i\hbar\partial^k + \frac{e}{c}A^k \right) \psi - m^2c^2\psi = 0 \qquad (3.31)$$

- В общем случае получаем

- Динамические уравнения в терминах волновой функции

$$\left(-i\hbar\partial_k + \frac{e}{c}A_k\right)\left(-i\hbar\partial^k + \frac{e}{c}A^k\right)\psi - \left(m^2c^2 + \frac{\hbar^2}{4}\left(\partial_l s_\alpha\right)\left(\partial^l s_\alpha\right)\right)\psi$$

$$= \quad -\hbar^2\frac{\partial_l\left(\rho\partial^l s_\alpha\right)}{2\rho}\left(\sigma_\alpha - s_\alpha\right)\psi$$

- где

$$\rho = \psi^*\psi, \qquad s_\alpha = \frac{\psi^*\sigma_\alpha\psi}{\rho}, \qquad \alpha = 1,2,3$$

$$\psi = \binom{\psi_1}{\psi_2}, \qquad \psi^* = \left(\psi_1^*, \psi_2^*\right),$$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Механика сплошных сред вместо квантовой механики

- Квантовая механика является аксиоматической концепцией в том смысле, что ее основной объект – волновая функция является аксиоматическим объектом, который определяется своими свойствами, но модели которого не существует.
- В результате интерпретация КМ продолжается почти сто лет. Имеется уже несколько десятков разных интерпретаций. Но ясности в этом вопросе нет. Интерпретация КМ в терминах классической динамики может быть получена, если определить, что такое волновая функция.

- Для потенциального течения, когда $\mathbf{s} = \mathrm{const}$ и $\partial_i s_\alpha = 0.$

получается уравнение Клейна –Гордона

$$\left(-i\hbar\partial_k + \frac{e}{c}A_k\right)\left(-i\hbar\partial^k + \frac{e}{c}A^k\right)\psi - m^2c^2\psi = 0$$

Формула для вычисления средних значений

верна т $$\langle F(\mathbf{x},\mathbf{p})\rangle = \int \psi^*(\mathbf{x})\, F(\mathbf{x}, -i\hbar\boldsymbol{\nabla})\, \psi(\mathbf{x})\, d\mathbf{x}$$

$\mathbf{p},\ E = \mathbf{p}^2/2m,$ и $\mathbf{L} = \mathbf{p}\times\mathbf{x}.$ Неймана о скрытых параметрах оказывается недоказанной, поскольку при ее доказательстве предполагается справедливость правила вычисления средних для любых величин.

Расхождения между аксиоматической концепцией КМ и модельной концепцией КМ

1. Вычисление средних значений
2. Линейность динамических уравнений
3. Объединение КМ с теорией относительности
4. Возможность более детального описания в модельной концепции.
5. Возможность исследования структуры элементарных частиц в модельной концепции.
6. Интерпретация КМ основывается на формализме классической динамики и не порождает каких-либо проблем.

Следствия представления квантовой механики в виде механики сплошной среды

- Представление КМ в виде гидродинамики позволяет описывать квантовые эффекты как результат стохастичности, описываемой некоторым силовым каппа-полем.

$$m^2 \to M^2(x) = m^2 + \frac{\hbar^2}{c^2}\left(g_{kl}\kappa^k\kappa^l + \partial_l\kappa^l\right), \quad \partial_l \equiv \frac{\partial}{\partial x^l}$$

- Это поле различно для уравнения Клейна-Гордона и уравнения Дирака. Описание этого поля в рамках классической динамики сплошной среды позволяет описывать только аддитивные характеристики квантовых эффектов. Однако выяснение природы силового поля позволяет получить информацию об устройстве элементарных частиц.
- Например, в обычной газовой динамике изучение и учет интеграла столкновений позволяет получить функцию распределения по скоростям (т.е. более детальное описание среднего движения молекулы газа.)
- .

Линейность динамических уравнений

- В модельной концепции КМ линейность динамических уравнений в терминах волновой функции является некоторым очень специальным (хотя очень удобным) частным случаем, который справедлив только для потенциального течения. В аксиоматической концепции КМ линейность обобщается на все динамические уравнения и становится принципом. Это очень приятно, но не соответствует истине.

Объединение КМ с теорией относительности

- В аксиоматической концепции КМ, квантовая механика является нерелятивистской. По этой причине существует проблема объединения принципов КМ с принципами теории относительности. Это приводит к проблеме введения вторичного квантования.
- В аксиоматической концепции КМ такой проблемы не существует, потому что принципы квантовой механики не используются. Просто релятивистский лагранжиан и релятивистские динамические уравнения используются с самого начала.

Возможность исследования структуры элементарных частиц

- В квантовой теории поля, основанной на аксиоматической концепции КМ, элементарная частица представляет собой точечное образование, снабженное квантовыми числами. Иными словами, элементарная частица не имеет внутренней структуры.
- В модельной концепции КМ элементарная частица может иметь внутреннюю структуру. Например, частица, описываемая уравнением Дирака, имеет структуру, отличающуюся от частицы, описываемой уравнением Клейна-Гордона. В частности, в модельной концепции КМ классическая дираковская частица имеет мировую линию в виде винтовой линии, тогда как в аксиоматической концепции – это прямая линия.

Интерпретация квантовой механики

- В модельной концепции КМ интерпретация КМ основывается на формализме классической динамики и не порождает каких-либо проблем, поскольку в классической динамике интерпретация порождается формализмом.
- В аксиоматической концепции волновая функция является аксиоматическим объектом, о котором не известно, что он означает. В этом случае интерпретация в значительной степени произвольна. Она полна противоречий и парадоксов, особенно в случае копенгагенской интерпретации, когда считается, что волновая функция описывает состояние отдельной элементарной частицы. Это не согласуется с модельной интерпретацией, из которой следует, что волновая функция описывает состояние среднестатистической частицы.

- В модельной концепции имеются два вида измерения: (1) массовое измерение (М-измерение), которое производится над многими частицами сплошной среды, и
- (2) отдельное измерение (S-измерение), которое производится над отдельной частицей. S-измерение и
- М –измерение обладают различными свойствами. Их нельзя путать.
- В аксиоматической концепции нет среднестатистических частиц. В ней существует только один вид измерения. Его в различных ситуациях рассматривают то, как S-измерение, то как М-измерение. Это ведет к многочисленным парадоксам и противоречиям.

- Спасибо за внимание