КАКАЯ ГЕОМЕТРИЯ МОЖЕТ НАИБОЛЕЕ АДЕКВАТНО ОПИСЫВАТЬ РЕАЛЬНОСТЬ НАШЕГО МИРА?

В.Г. Жотиков

Московский физико-технический институт (Государственный университет),
г. Долгопрудный, Московская обл., Российская Федерация

zhotikov@yandex.ru

1. Вводные замечания

Метрики тех или иных геометрических пространств, выдвигаемых различными авторами в качестве моделей описания Мира, в котором мы живем, представляет собой вторичные объекты для каждой конкретной физической теории. Другими словами, метрика определяется состоянием движения материи, заполняющей ту или иную область физического пространства. Или, другими словами, индуцируется конкретным состоянием движущейся материи. Данное обстоятельство уже не раз отмечалось многими авторами прошлого и настоящего времени. Тем не менее, мы продолжаем наблюдать обратное, а именно: физической теории с самого начала «навязывается» конкретная метрическая структура того или иного геометрического пространства, которое объявляется геометрической моделью реальности нашего Мира. Ниже обсуждается современная точка зрения на обсуждаемую проблему.

2. Миф о «едином пространстве-времени» по Минковскому

В качестве простейшего примера, обсуждаемой проблемы, напомним ситуацию с геометрией Минковского, которая была объявлена в свое время становым хребтом специальной теории относительности (СТО). Вспомним знамений доклад Г. Минковского, сделанный 21 сентября 1908 г. на 80-м собрании немецких естествоиспытателей и врачей в Кельне [3]:

«М. Г.! Воззрения на пространство и время, которые я намерен перед вами развить, возникли на экспериментально-физической основе. В этом их сила. Их тенденция радикальна. Отныне пространство само по себе и время само по себе должны обратиться в фикции, и лишь некоторый вид соединения обоих должен еще сохранить самостоятельность».

Доклад Г. Минковского, как известно, произвел на слушателей, да и наследующие поколения ученых неизгладимое впечатление. А что мы имеем сегодня, по пришествию почти столетия? Ответ напрашивается сам собой: сказанное есть лишь гипотеза, хотя и весьма завораживающая. Обсудим кратко, что же может сказать нам, по данному вопросу современная математическая мысль? Насколько в наши дни оправдались предсказания Г. Минковского? Как уже говорилось выше, в начале XX-го века в качестве математической модели пространства-времени было объявлено геометрическое пространство, получившее название «пространство Минковского».

Наука, однако, как известно, развивается по своим, свойственным законам. Оказалось, что еще в середине 50-х прошлого столетия российская математическая школа преподнесли нам подарок, от которого, невозможно отказаться. Суть дела такова. «Точки» пространства Минковского M^4 – есть нульмерные объекты. Каждой такой «точке» присваивается название «элементарное событие». Каждое элементарное событие должно соответствовать некоторой 3D-пространственной точке, взятой в некоторый конкретный момент времени. В этой связи, заметим, что дискуссии на темы типа: может ли элементарное событие СТО, т.е. «точка» (нульмерный объект) пространства Минковского M^4 обладать энергией и импульсом? И (или), эти нульмерные объекты (так называемые «элементарные события») могут ли взаимодействовать между собой? Ясно, что подобного рода дискуссии будут продолжаться до тех пор, пока не будет осознаны следствия из теоремы Л.В. Келдыш (см. по этому поводу, например, [4]).

Суть теоремы Людмилы Всеволодовны Келдыш (она же, «по совместительству», родная сестра Президента АН ССР Мстислава Всеволодовича Келдыша, а кроме того, ученица академика А.С. Колмогорова, а также и мать двух наших известных академиков С.П. Новикова и Л.В. Келдыша), применительно к гипотезе Г. Минковского, сводится к следующему.

3D (пространственная «точка») и 1D («точка» на временной оси) оба, суть нульмерные объекты могут быть открыто отображены[1] в компакт размерности 4D, однако, результат отображения будет представлять собой <u>суперпозицию отдельных отображений</u>, а вовсе единый 4D «нульмерный объект».

В этой связи, напомним терминологию, принятую в современной теории множеств.

Пусть имеются отображения двух множеств: $f: X \to Y$ и $g: Y \to Z$. Отображение h, которое действует из X в Z по правилу $h(x) = g(f(x))$, называется *суперпозицией отображений* f и g. Запись: $h = g \circ f$ следует читать справа налево: если написано $g \circ f$, то раньше действует f, а потом g. Порядок букв в записи $h = g \circ f$ принят таким, как и в записи $h = g \circ f$. Имеет место и обратное отображение, т.е. «расщепление» 4D пространства Минковского на 3 + 1 или 2 + 2 компонент. Такие отображения оказываются неоднозначными. Здесь мы непременно сталкиваемся с серьезной проблемой нарушения микро-причинности. Другими словами, с идеей единого 4D – мерного многообразия «точек-событий» в смысле Г. Минковского, как математической модели пространства-времени СТО, как стати, и для современной электродинамики, стоит пока повременить. Как тут не вспомнить известную притчу о «прорабе, объединившем пространство и время». Собрав рабочих, он поставил задачу: выкопать канаву длиной до забора в точности к обеду, а по окончании работ объявил, что объединил пространство и время.

Как можно прокомментировать сказанное? Каждое научное понятие имеет предел применимости, а всякая система научных понятий внутренне противоречива, парадоксальна. Почему? Наука есть развивающееся понятие, и достижение пределов применимости старого понятия требует рождения нового понятия, которое может сопровождаться глубоким смысловым преображением всей научной картины мира. Вспомним, например, что писал в свое время Дж. Уилер [3] «Объект, являющийся центральным во всей классической общей теории относительности, – четырёхмерная геометрия пространства-времени – просто не существует, если выйти за рамки классического приближения. Эти рассуждения показывают, что концепции пространства-времени и времени не являются первичными понятиями в структуре физической теории…. Нет пространства-времени, нет времени, нет ничего до, нет ничего после. Вопрос, состоит в том, что случится «в следующий момент, лишён смысла».

Сформулируем краткий итог сказанному. Пространство Минковского M^4 не может служить математической моделью пространства-времени нашего Мира, как и в качестве и ее составных элементов. Судя по этому, многие современные авторы, из соображений здравого смысла, при упоминании 4-пространство-времени СТО, применяют для его обозначения в виде, прямого произведения, например, $M^4: R^3 \times T$.

В свою очередь, сказанное не противоречит возможности записывать и решать уравнения движения частиц и полей в 4D-формализме, при условии отсутствия нарушения микро-

[1] Непрерывное отображение называется нульмерным, если прообраз каждой точки нульмерен.

причинности. Очевидным становится следующее. Пространство Минковского, как, в прочем, и попытка его обобщения на случай ускоренных движений – пространство-время общей теории относительности (риманово пространство), не могут быть приняты в качестве базовых геометрических моделей описания Мира, в котором мы живем.

В последнее время появилось множество работ, в которых предлагается отказаться от геометрических моделей пространства-времени, которые в прошлом веке осуществляли «обслуживание» СТО и её последующее эйнштейновское «обобщение» – ОТО.

Несомненно, что данная тема требует отдельного и специального рассмотрения, поскольку в последние четверть века по этой теме опубликовано огромное количество весьма добротных исследований. В настоящее время их количество уже превышает более нескольких сотен и продолжает увеличиваться. Однако, в связи с ограниченностью объема данной публикации, а также, чтобы не обидеть авторов указанных публикаций, укажем только, на одну их самых первых на данную тему. Это, скорее всего, малоизвестный для большинства физиков, препринт известного в СССР математика и правозащитника Р.И. Пименова [4]. Она будет весьма полезна для современного читателя, которого интересует проблема черных дыр. Талантливые личности слишком рано уходят из жизни, а между тем, талант Р.И. Пименова высоко ценил академик А.Д. Сахаров.

Итак, какие же геометрические идеи должны прийти на смену геометрии пространства-времени Минковского и геометрии риманового (точнее, псевдо-риманового) пространства-времени? Анализ тенденций интересов современного физического сообщества, работающего в указанном направлении физической науки, дает основания полагать, что в ближайшем будущем речь пойдет о геометрии Финслера (см., например, [5]) и о геометрии ареальных пространств (см., например, [6]). Причем, указанные здесь геометрии представляют собой примеры неточечных геометрий. Первая представляет собой обобщение римановой (псевдоримановой) геометрии. В свою очередь, геометрии ареальных пространств, представляет собой обобщение геометрии Финслера. В отличие от множества предыдущих дифференциальных геометрий, она представляет собой пример некоммутативной геометрии.

Данные геометрии открывают совершенно новые возможности в достижении адекватности описания геометрических моделей нашего Мира, однако, судя по всему, все еще они остаются малоизвестными для широкого круга научной общественности. Учитывая изложенное, и в целях привлечения интереса коллег по цеху к изучению указанных геометрий, которое, как говорится, в дальнейшем окупится, опишем один из простейших примеров возможностей последних.

Речь пойдет о так называемых гомологических преобразованиях метрик указанных геометрий. Такие преобразования, образуют группу. Они вступают в игру, когда мы начинаем исследование уравнений движения (уравнений поля) на их устойчивость. При этом в целях наглядности качестве примера мы ограничимся случаем 4-D геометрии Финслера.

3. Как можно управлять метрической структурой пространства и времени

Речь пойдет о так называемых гомологических преобразованиях метрики Финслера [7]. Последние имеют место в проективной геометрии и образуют группу преобразований, являющуюся одной их подгрупп группы проективных преобразований [5, 6]. Укажем лишь пока на некоторые свойства геометрических объектов, которые инвариантны относительно гомологических преобразований. Так, благодаря преобразованиям гомологии появляется возможность преобразовывать одну кривую в другую. В частности гиперболу и параболу в окружность (или эллипс). В результате возможны преобразования гиперболических и параболических поверхностей в сферические (эллиптические) поверхности. Данное обстоятельство является свойством поверхностей 2-го порядка и не зависят от их размерности. В свою очередь будет иметь, место изоморфизм между псевдоевклидовой и собственно евклидовой метриками (локально, или, как говорят математики, «в малом»), в том числе и для 4-х мерного пространства $R^4(x)$.

Группа гомологии (гомологических преобразований) в случае геометрии Финслера в 4-D вводится следующим образом [5, 7]. Рассматриваются преобразования в импульсном пространстве $R^4(p)$

$$p' = p - \pi. \tag{1}$$

Здесь 4-ковекторы $p'(x),\ p(x).\ \pi(\mathrm{x})$ функции от $x = (t,\ \boldsymbol{r})$ координатного пространства $R^4(x)$. Заметим, что координатное пространство $R^4(x)$ оказывается двойственным (сопряженным) пространству импульсов $R^4(p)$.

Подобный класс симметрий принято называть импульсными трансляциями [5]. Преобразования импульсных трансляций (1) индуцируют в координатном пространстве $R^4(x)$ преобразования

$$x' = \frac{x}{1 - <\pi(x), x>}\,. \tag{2}$$

В качестве параметров преобразований в (2) выступают компоненты 4-ковектора трансляций $\pi(x)$ в импульсном пространстве $R^4(p)$, Итак, совокупность преобразований (1) и (2) называются в современной дифференциальной геометрии гомологическими преобразованиями, или, еще, преобразованиями Каратеодори [5, 6]. Как отмечалось, они образуют группу, являющуюся одной из подгрупп группы проективных преобразований. Более того, преобразования Каратеодори оставляют инвариантными уравнения движения и углы в $R^4(x)$.

Читатель, знакомый с основами теории автоматического управления, заметит, что выражение (2) представляет собой соотношение, описывающее передаточную характеристику простейшего контура обратной связи, с которыми имеют дело в кибернетике и теории автоматического управления. Здесь приращение импульса $\pi(x)$ есть управление, тогда как приращение координат, есть наблюдаемая величина. Скалярное произведение $<\pi(x), x>$ может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Подобный контур, оказывается универсальным. В зависимости от величин и направлений потоков 4-импульсов в систему или из нее, подобный контур имеет возможность менять тип обратной связи, (например, переходить от положительной обратной связи к отрицательной обратной связи и наоборот).

Мы замечаем, что Природе предусмотрела наличие весьма важных и необходимых для себя симметрий. Это обстоятельство указывает на возможность существования (или даже возможностей искусственного управления созданием) локальных изменений метрических свойств пространства и времени, в том числе и искусственно создаваемых. Другими словами, становится возможным осуществлять управление локальной метрической структурой (метрикой пространства «в малом»). Другими словами, если мы научимся управлять изменением геометрии пространства-времени (локально). Тогда, мы сможем управлять и формой геодезической мировой линии движущегося тела. Данное обстоятельство эквивалентно приданию телу движения, без прикладывания к нему какой либо внешней силы. Подобное движение в отсутствие действия сил есть движение по инерции, хотя такое движение есть локально ускоренное в каждой точке своей траектории, обязанное локальным изменениям геометрии пространства-времени. Изменяя локально анизотропию пространства-времени мы, на самом деле, изменяем его геометрию. Эти изменения приводят к изменению формы геодезической мировой линии тела, и. тем самым, меняется состояние движения последнего. Другими словами, объект будет двигаться вдоль заданной траектории в отсутствии прямого воздействия на него каких либо сил и без отбрасывания массы.

Приведенная выше точка зрения вовсе не является личным открытием автора. Вспомним, по этому поводу известную работу А.Д. Сахарова [8], в которой он предложил рассматривать пространство-время как упругую структуру, моделью которой могло бы служить деформируемое твердое тело.

4. Заключительные замечания

В заключение наших кратких заметок, мы хотели бы обратить внимание уважаемых коллег на следующее. Возникший в последнее время неожиданный шум, связанный с обнаружением гравитационных волн требует самого тщательного «разбора полетов». В этой связи, мы недаром обратили внимание читателя на пионерскую работу [4]. Выводы этой работы, как, впрочем, и выводы других авторов на тему существования черных дыр, находят свое подтверждение в рамках более общих геометрий, включающих в себя риманову (псевдо-риманову) геометрию. А закончим мы наши размышления известной притчей о Будде:

«Некоторые молодые люди пришли к Будде за советом: мастера различных философских школ проповедуют очень много различных доктрин. Они не знают, во что же им верить. <u>И тогда, Будда ответил им:</u> «Не верьте ничему на основании веры в традиции, даже при том, что они почитались многими поколениями людей и во многих местах. Не верьте во что-то только потому, что многие люди говорят об этом. Не принимайте на веру слова мудрецов прошлого. Не верьте тому, что вы сами вообразили, убеждая себя самого в том, что это Бог вдохновляет вас. Не верьте только на основании авторитета ваших мастеров или священников. Верьте только тому, что вы сами проверили и нашли разумным и ведите себя соответственно» [9].

Список литературы

1. Минковский Г. *Пространство и время* ("Raut und Zeit"). Phys. ZS. 10, 104, 1909. Русский перевод в «Сборнике работ классиков релятивизма», под редакцией В.К. Фредерикса и Д.Д. Иваненко. ОНТИ, Л. 1935. С. 181.

2. Келдыш Л.В. *О представлении нульмерных открытых отображений в виде суперпозиций.* ДАН СССР, Том 98, № 5 (1954), 719 – 722.

3. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. *Гравитация*. Т. 3. М.: Мир, 1977. С. 447.

4. Пименов Р.И. *Финслерово пространство-время позволяет обойтись без черных дыр.* Доклад на заседании Президиума Коми-филиала АН СССР 10.10.1985 г. Препринт КФ АНСССР. Вып. 136, 1985. С. 1 – 7.

5. Жотиков В.Г. *Введение в геометрию Финслера и её обобщения* (для физиков). М.:, МФТИ, 2014.- 208 с.

6. Жотиков В.Г. *Геометрия вариационного исчисления и ее приложение к теоретической физике.* Томск: Изд-во научно-технической литературе, 2002. – 416 с.

7. Вагнер В.В. *Гомологические преобразования метрики Финслера.* – ДАН СССР **46**, № 7. С. 287 – 290 (1945).

8. Сахаров А.Д. *Вакуумные квантовые флюктуации в искривленном пространстве и теория гравитации.* – ДАН СССР **177** (1). С. 70 – 71 (1967).

9. Тайные учения Тибета. Пер. с англ. А.В. Степановой, М.: Эксмо, 2013, 640 с.